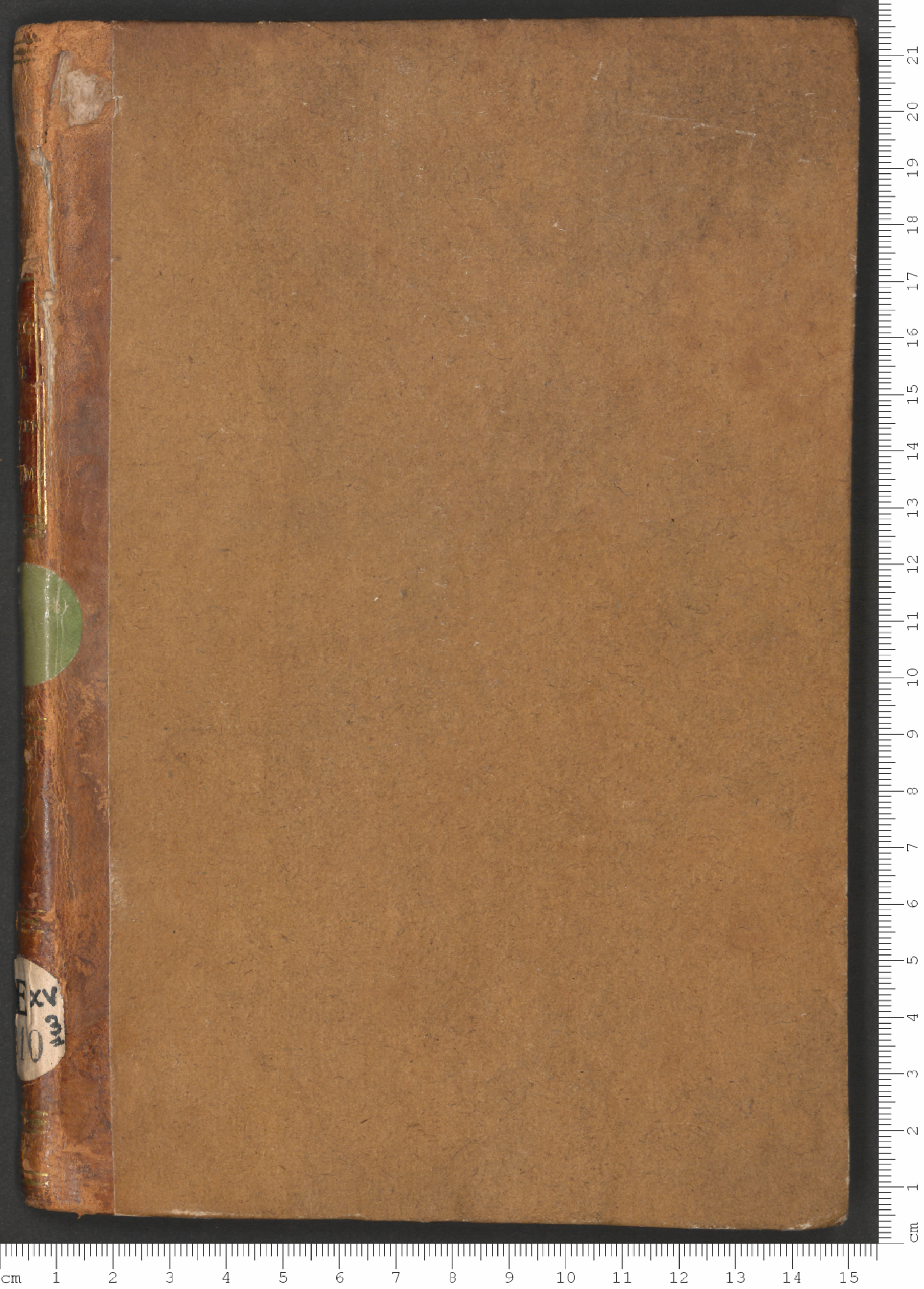
TRAC
DE
INTEN
FORM







v. Copinger n.° 5714

¶ Tractatus perutilis

In arithmethica speculatiua a magistro thoma Brauardini ex libris euclidis boecij ⁊ alioꝝ quã optime excerptus.

Quantitatum alia continua que magnitudo dicit͛. Alia discreta que multitudo siue numerꝰ appellatur magnitudinũ Alia immobilis de qua geometra cõsiderat: Alia mobilis de qua astrologꝰ tractat: Multitudinũ etiã quedã ꝑ se considerat͛ de qua arithmetica loquitur, quedã ad aliud refert͛ de qua per tractat musica. ¶ Est aũt numerꝰ vnitatũ collectio vel acerũ ex vnitatibus profusus. ¶ Et diuidit͛ in parẽ ⁊ imparẽ: cuius vtriusqꝫ ꝑtis diffinitio multiplex reꝑitur. Par numerus est qui in duo equalia nullo medio intercidẽte diuidit͛. Impar qui sine intercidente vnitate in duo equalia nusquã diuidi põt et hec est diffinitio vulgaris. Et nota primo ꝙ scdm pictagorã par numerus est qui sub vna ⁊ eadẽ diuisiõe põt in maxima paruissima qꝫ diuidi maria proportione minima q̃titate secũdũ drãs istoꝝ generũ ac ꝯtrarias passiões. ¶ Et sumitur in hac diffinitõe ꝓportio pro magnitudine aliquota ⁊ q̃titas pro numero vt sit sensus par numerus vnica diuisione in duas medietates diuiditur et q̃tum ad numeꝝ nõ in pauciora diuidi poterit ꝙ in duo. Quantũ vero ad ꝑtes aliquotas nulla maior ꝙ medietas reꝑitur. Et q̃a q̃to numerꝰ in plures partes equales diuiditur tanto quelibet eius pars diuisa erit minor: ideo ꝓcedit hmõi diuisio scdm contrarias passiones vñ sicut numerus in infinitũ progredit͛ ita magnitudo suscipit decremẽtũ sine fine. Numerus impar secũdũ pictagorã est cui nõ põt cõpetere diffinitio ante dicta. Sed scdꝫ antiquiorũ modũ. Numerꝰ par est qui in duo equalia vel ẽt inequaliã diuisionẽ sic recipit qd in neutra diuisione imparitati commixta sit paritas vel iparitas paritati. Et hoc scdm mẽbrũ diffinitionis cuicũque numero pari preterꝙ isti numero duo ꝯpetit qui in duo inequalia nõ poterit partiri. 10. eñi in duo equalia sic in. 5. ⁊ in. 5. diuiditur necnõ in duo inequalia: vt in. 7. ⁊. 3. ⁊ in. 9. et in. 1. in quaꝝ qualibet diuisionũ quelibet pars est impar diuiditur etiã in. 8. et. 2. et in. 6. et. 4. quaꝝ diuisionũ quelibet pars cõuenit paritati. Impar vero numerus est qui in duo inequalia

sēper diuiditur: ita quod in qualibet eius diuisione imparitati sit paritas a sociata sicut.7.in.6.et.1. Quarta diffinitio diffinieñdo vtrāq3 speciē per relationem ad altera dici pōt: q par numerus est qui per vnitatē crescēdo vel decrescendo differt ab īpari Et impar numerus est qui per vnitatem crescēdo vel decrescēdo differt a pari. Diuiso numero in parē et imparē atq3 vtriusq3 diuisiōis mēbro quadrupliciter diffinito propalāda est vna proprietas q omī nnmero cōpetit in cōi: que est hec. Oīs numerus circūse positoꝝ est medietas numeroꝝ siue mediate siue immediate scdm equalē distātiam sub et supra quousq3 ad indiuisibilē ventum fuerit vnitatē que quia circū se positos nō habet terminos ipamet ē medietas numeri proximi sequētis: vñ ipa omniū nūeroꝝ pncipiū est et mater exēplū hui9 proprietatis p3 nā coniunctis.4.et.6. qui sunt numeri īmediati circa.5.et.3.et 7.aut duo et.8.et.9.et.1. qui numero.5. secūdū eque distantiā circunstant ex qualibet hmōi cōgregatione resultant.10. quorum medietatem.5.esse constat.

Paris numeri sunt.3. species Quarū vna est pariter par: alia pariter impar et tercia in pariter par proprie nominatur. Pariter par est qui potest in duo paria diuidi et eius pars ī alia duo pia et iteꝝ alia ps ī alia duo pia ita vt nō cesset diuisio donec ad imptibilē venerit vnitatē: vt.8.4.2.1. Nūeros aūt pirpes gñare possum9 p duplacionē ꝯtinuā īcipiēdo ab vnitate: vt.1.2.4.8.16. singuli eoꝝ pter vnitatē piter pares erūt. Pariter paris numeri.4. sunt proprietates prima omnes eius partes aliquotas necnon et denominationes earū pariter pares esse. Uerbigratia.32. qui est numerus pariter par nō habet aliquas partes aliquotas preter.16.8.4.2.1. quaꝝ quālibet esse pariter parē nullatenus dubitatur. Item.16.q est medietas.32. denominatur ab binario eo q bis in isto numero ꝯtinetur: binarius aūt nūer9 pariter par est. Similiter.8.est quarta pars.32. cuius.8. denominatio est.4. qui est numer9 pariter par o3 cuiuscūq3 numeri pariter paris eius denoiatonē pariter parē esse. Secūda pariter paris numeri ꝓprietas est q procreatis nūeris pariter paribus vt predictū est p duplationē ab vnitate ꝯtinua tā nūeri mediales q alij nūeri procreati se mutuo denomināt vtrobiq3. Uerbigra sint limites tales numerorum.1.2.4.8.16.32. nō est vnus numer9 medialis īter istos q.s. distet equalit ab extremis s3 duo sūt hic mediales eque.s.4.8. dico igit q vterq3 alterum

denominat respectu vltimi numeri: na3.4. est octaua pars.32. quorum.8.est quarta pars similiter.2.est sextadecima pars.32.et .16. sunt dimidium eorum. Item vnitas tricesimasecunda pars est.32. et.32. ab eadem summa secundum vnitatem denominari nullus penitus hesitabit si vero predicti limites sub impari numero disponantur vt hic. 1.2. 4.8. .16.solum modo erit ibi vnus numerus medialis.s.4.dico igitur quod quaternarius seipsum denominat. Sicut igitur.4. est quarta pars.16. sic.2. est octaua eorundem: similiter accidit in alijs limitibus scriptis Tertia proprietas est quod dispositis numeris sicut prius pariter paribus seriatim istorum maximus per vnitatem solam excedit omnes residuos simul sumptos. Verbigratia.1.et.2.simul sumpta per solam vnitatem a.4.excedüntur et sic de ceteris. Quarta proprietas quod dispositis numeris vt prius seriatim quotcumque duplicibus si numeri mediales vel quicumque alij equaliter a medialibus vtrimque distantes se se multiplicent: idem quod ex ductu vnius extremitatis in alteram resultabit Verbigratia si sit limites in numero pari.1.2.4.8.16.32.tunc duo numeri mediales sunt.8. et.4.dico igitur quod multiplicatis.8.per.4 vel econuerso resultabit ex qualibet huiusmodi multiplicatione.32. qui etiam ex ductu vnius in.32.resultabit. Consimiliter si disponantur limites sub numero impari vt.1.2.4.8.et.16. tunc ibi. 4. est numerus medialis multiplicatis igitur.4.per.4.vel.2.per.8.aut.1. per.16. aut econuerso ex quolibet ductu vnius et idem numerus resultabit.

Numerus pariter impar est qui in duas medietates diuiditur sed vtraque eius medietas vlterius diuidi in duo equalia prohibetur vt.2.6.10.14.18. et cetera. vnde dispositis coniunctim et seriatim imparibus ex eorum duplicatione singuli numeri pariter impares generantur. Eius proprietates sunt.4.prima quod cuiuslibet partis eius aliquote denominatio quantum ad paritatem et imparitatem dissonat ipsi parti: si enim denominatio sit par impar erit eius quantitas et similiter etiam econuerso. Verbigratia in.18.est.9.qui est numerus impar et eius medietas. Item.6.qui est numerus par est eius tercia pars: et sic de omnibus partibus in numeris pariter imparibus inuenitur. Secunda proprietas quod omnis numerus pariter impar distat tantummodo a proximo sibi pariter impari per.4.vnitates cuius causa est quia per duplicationem singulorum imparium generatur quorum quilibet per duas vnitates a proximo suo distat. Numeros pariter imparem et pariter parem adinuicem comparantes inter eos binas diffinitiones intendimus ex quibus Alie sibi due proprietates possunt

assignari. Prima est quod in numero pariter impari sola maior extremitas id ē tot⁹ nūerus diuisionē recipit: in nūero vº parit̄ pari soli minori termīo.s. vnitati dīo denegatur et hec est tertia proprietas. Secūda dfa est quod dispositis fm ordinē pariter pib⁹ nūeris siue vnus sit medialis siue duo q̄tum ex vno mediali in se ducto vel ex duoꝝ vno in alteꝝ ducto prouenit: tm̄ ex du obus siue mediate siue īmediate eque distanter circū se positis resultabit prout in proprietate q̄rta patuit: sed in nūero pariter impari positis limitibus seriatim si vnus sit solūmodo iste circū se positoꝝ pariter īpariū erit medietas cōiunctoꝝ vt positis .5. limitibus.s.2.6.10.14.18. siue addanf.6.ad.14. siue.2.ad.18. resultabūt.20. quoꝝ medietas est.10. numerus medialis sed po sitis limitibus in numero pari vt sint.2. mediales: tunc idem ex adiunctis duabus medietatibus quod ex alijs circūse positis re sultabit vt positis.2.6.10.14.18.22. si addātur.10.ad.14. vel.6. ad.18. vel.2.ad.22. sēper resultabunt.24. et hec pōt dici quarta eius proprietas.

Numerus impariter par est qui in duas ptes equales diui ditur et eius pars in alias duas equales sed huiusmodi di uisionē vsq ad vnitatē procedere nō pmittitur vt.12.20.24.⁊c. Iste autē numerus vtriq predictoꝝ numeroꝝ ī aliquo cōuenit et in aliquo discrepat ab vtroq ī hoc enī q diuiso toto ptes ei⁹ vlterius diuisionē recipiūt: assimilatur pariter pari et a pariter impari separatur. In hoc etiā quod eius diuisio ad vnitatē non peruenit: a pariter pari disiungitur et pariter impari similatur et hec est prima relacio inter istum numeꝝ et predictos. Scda est hec iste numerus h3 quod habent reliqui et habet etiā quod non habent reliqui habet etiam aliquas ptes aliquotas que ad instar pariter paris cū suis denominationibus. quantū ad pari tatem et īparitatē conueniunt et habet aliquas ptes aliquotas que ad instar pariter imparis a suis denoīationibus variantur. Verbigfa.24. habet.2.4.6.12. quoꝝ denominationes sicut et ipsi sunt pares. Et habet.1.3.8.24. que denominationem a nu mero impari sortiuntur. Et generatur sic. si in omēs numeros impares preter vnitatem singulos pariter pares preter dualita tē duxerimus: impariter pares singulos generabimus disposi tis superius imparibus preter vnitatem et inferius om̄ibus pa riter paribus preter dualitatem: si ducamus.3.in.4. vel in.8. vel in.16. et ita deinceps nūeros ipariter pares procreabimus

continue vt pz in figura.

	Longitudo			
	3	5	7	9
Latitudo	4	8	16	32
	12	24	48	96
	20	40	80	160
	28	56	112	224
	36	72	144	288

Admiranda proprietas numeri impariter paris de generatiõe eius q̃ ꝓmisimus ꝓpalat. ducant em̃ singuli numeri iferioris ordinis prescripte formule in ternarium qui est primus nũerus ordinis superioris et ponantur numeri sic ꝓducti in vna formula seriatim deinde ducantur singuli numeri inferioris ordis in.5.qui est secundus imparium numerus ordinis supioris et isti producti reliquis subscribantur: similiter ducantur oẽs inferiores in.7.et deinde oẽs in.9.et productis subscriptis fiat talis figura. Numeri ergo istius formule seriatim sũpte scđm longitudinem a parte sinistra versꝰ dexterã se se duplicando procedãt Unde quarta proprietas pariter paris numeri eis nullatenus competere dubitatur. Numeri etiam sumpti secundum latitudinem descendendo secundum equalem excessum augentur cõtinue vnde et iste ordo quartam proprietatem pariter imparis sibi vẽdicat inherere. Rationabiliter igitur dicitur iste numerꝰ ex duobus aliis procreari.

Icto de numero pari de numero impari iam dicendũ est dicitur numerus impar qui ne ꝑ equalia valeat diuidi vnitatis impedit interuentus. Imparis numeri.3.sunt species quarum prima est numerus primus et incompositus qui nullam aliquotam partem preter solam vnitatem habet quaz denominat numerus iste vt.3.5.11.⁊c. Et dicitur primus et icompositus qz nullus numerus eum componit. seu metitur preter primum et minorem omnium numeroꝝ. Secunda spẽs est numerus secũdꝰ et cõpositus et est qui preter vnitatẽ alias ꝑtes aliquotas hz vt.9.15.21.et vocatur secundus quia eum nõ sola vnitas sed aliꝰ vel alij ꝯponunt propter quod et ꝯpositus nominatur. Tercia spẽs est numerus ꝑ se exñs scđs et cõpositus sed cõparatus ad alios est primus et incõpositus et est q̇ aliã vel alias ab vnitate hz ꝑtes aliquotas: sed eo ad aliũ eiusdẽ spẽi numeꝝ cõparato Nullꝰ vnꝰ et idẽ numerus est pars aliquota vel mẽsura vtriusqz vt.25.et.9.neqꝫ aliqui tales numeri aliquotas partes habẽt: vñ cum.9.terciã ꝑtem optineat.25.tercia parte caret. Etiã.25.hñt quintam ꝑtem.9.aũt quintam ꝑtem habere non possũt. Pz aũt gñatio istoꝝ trium numerorum ꝑ formã quam crastrotenes cri

brum vocat: dispositis eñ a ternario cūctis iparibus seriatim quilibet eoꝝ tot omissis cōtinue quod duplū sui ordinis cōtinet vnitates: eū sēp q̄ ꝓximo sequit᷑ necessario mēsurabit: illūq; ſm nūeꝝ illū metit᷑: q̄ totus est in ordine impariū: quotus in ordine metiēdoꝝ p ipm fuerit aliq̄s metiēdus. Verbigrā dispositis im paribus isto modo.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21. ternarius mēsura bit.9.inter quē et ternariū sūt.2.nūeri scз.5.et.7.medij p dupla tionē vnitatis q̄ ordini tercij corespōdet: et q̄a.9.est primus quē mēsurat,3.ideo mensurabit scđm ternariū q̄ in ordine īpariū est prim⁹ quia.3.est tercia pars nouēnarij. Itē obmissis alijs duo- bus scз.11.et.13.ternarius mēsurabit ꝓximū.s.15.quia est secūd⁹ quē mēsurat mēsurabit eū scđm quinariū q̄ est secūdus i ordine impariū et erit cōsimilis processus in infinitū. Itē q̄narius q̄ est secūdus in ordine: cuius ordinis duplatio significat᷑ p.4. ōmitē do.4.nūeros scз.7.9.11.13.ꝓximū sequētē scз.15.metietur et hoc scđm ternariū qui est primus in ordine ꝓpterea quod iste ē primus a.5.mēsuratus. Cōsimiliter quoq; septimus q̄ est terci⁹ in ordine īpariū nūerabit eū q̄ proximus fuerit.6.ōmissis atq; ī infinitū poterit sic procedi. Unde ex hoc patet quod q̄libet im pariū illū mensurabit qui proximo sequit᷑ tot ōmissis quot vna minus cōtinet vnitates vt ternarius duobus ōmissis et q̄narius .4.ꝛc. Sunt ergo secundi et ꝯpositi qui per dictos impares mē surātur: residui vero oēs sunt incōpositi et primi. Pro genera- tione tercie speciei est notādum quod q̄cunq; numeri primi et ī- cōpositi multiplicati fuerint p se ipos resultabunt numeri qui p se sub scđa specie sunt: sed simul relati sub tercia specie cōtinēt᷑.

3	5	7	11	13	15
9	25	49	121	169	249

¶ Propositis duobus numeris per scrutari poterim⁹: An illi tercie spe ciei numeri ipares fuerint subiecti: subtracto eñ minori nūero de maiori donec minus eo supersit si in hmōi subtractiōe con- tinua nullus nūerus fuerit residuus qui ante derelictū mēsuret vsq; ad vnitatē illi nūeri sunt incōpositi et primi sed si quis alius nūerus ante derelictū mēsuret: ille est maximus numerus qui numeros dictos comuniter mēsurabit. Verbigrā ꝓponant᷑.9. et.29.subtractis igit᷑.9. quotiēs possūt de.29.remanēt.2. q̄bus quotiēs est possibile subtractis de.9. remanet vnitas sunt ergo illi numeri incōpositi et primi: proponantur igitur.9.et.21.sub tractis.9.de.21. quotiens possunt remanent.3. quibus subtra ctis de.9. quotiens possunt nichil remanet nūeri igitur ꝓ positi

sunt secundi et compositi et terci⁹ est maximus istos comuniter mensurans.

Otest etiā scđo modo par numer⁹ diuidi nūeri paris ali⁹ est supfluus: alius est diminutus: alius pfectus. Supflu⁹ est ille cuius sūmā excedunt omnes ptes aliquote simul sumpte vt.1.2.3.4.6.qui.16. cōstituūt et sunt omnes ptes aliquote.12. Sed diminutus est cuius oēs ptes aliquote simul sūpte minorē sūmā cōstituunt suo toti vt.1.2.4. que sunt ptes aliquote de.8. que simul.7.cōstituūt. Nūerus pfectus est cuius oēs ptes simul sumpte aliquote cōstituūt suū totū vt.1.2.4.7.14. que sūt oēs ptes aliqte de.28.q̄ ɔstituūt.28.et nō plura. De gnatōe aūt primorū duoꝝ nūeroꝝ ꝓpter eoꝝ vilitatē et eoꝝ iordinatā dispositionē regula nulla datur. Numeroꝝ aūt pfectoꝝ in limite primo solū vnicū repimus vt infra.10.6.infra.100.28.infra.1000.496.et infra.10000.8128.vnde et hij sēp nūeri seriatim sumpti alternatim senario cum octonario terminantur

1 2 4 16 32 64
6. 18.496 8128

¶ Erit autē generatio eius talis cūctis pariter parib⁹ scđm ordinē ab vnitate dispositis adatur prim⁹ secūdo et si numerus prim⁹ et incōpositus ex tali additione resultat multiplicet̄ p numerū maiorē additoꝝ et resultabit vnus primo pfectus. additis enim duobus ad vnuȝ resultabit.3. qui est prim⁹ et incompositus qui multiplicet̄ p.2. et resultabit.6.qui est primus nūerus pfectus. Consimiliter additis.4. ad duos priores scilicet.4.ad.2.et.1. resultabūt.7.qui multiplicetur per.4. qui ipe est numerus primus et incōpositus et ꝓuenit.28.q̄ est secūdus nūerus pfectus Et etiā addito quarto nūeroī ordine.s.octonario ad pmissos resultabūt.15.qui cū non sit primus et incōpositus dimitat̄ sine multiplicatiōe et in additione ꝓcedat̄ vlterius quousqȝ nūerus incōpositus ex additione hmōi producat̄ quo multiplicato pvltimum adiunctorum tercius numerus pfectus resultabit sic q̄tdiu per hūc modum progressi fuerimus non cessabit generatio perfectorum.

Uantitate per se in principio huius diuisa quantitatis ad aliam relate iam diuisio preibit: oīs eñ q̄titas ad aliam relata aut est sibi equalis aut inequalis. Quantitas equalis est que nec sibi cōparatam excedit nec exceditur ab ea. Inequalis est que sibi cōparatā excedt et tunc habet ad eam ꝓportionem maioris ineq̄litatis aut ab illa excedit̄ et tūc habet ꝓportionem

minoris inequalitatis ad eādē. Maioris vero inequalitatis .5. sūt spēs quaꝝ .3. sūt simplices .s. mltiplex/ supparticularis/ supartiēs/ multiplex supparticularis/ et multiplex suppartiens q̄ ex prima et duabus reliq̄s cōponūt. Hijs quoqꝫ .5. spēbus maioris inequalitatis opponūt. Alie .5. minoris inequalitatis que tātūmodo hac ꝑpositiōe sub apposita eadē noīa sortiūtur. Et est q̄titas ad aliā multiplex q̄ illā pluries cōtinet. Et si bis eam cōtinet dupla dicit et si ter dicit tripla et sic in īfinitū: vt igitur singule ei⁹ spēs generent facta nūeroꝝ serie natali vt .1.2.3.4.5.6.7.8.ꝛc. q̄libet eoꝝ vnitatem sequētiū sub alia et alia specie multiplicis sūt ad vnū scōs eñ duplus tercius tripl⁹ quartus q̄drplus et sic sine fine. Et sic ī īfinitū in isto ꝓcessu spēs variant multipliciter q̄libet semel sūpta ita etiā sūpta qualibet īfinities generari possūt īfinite: velut eñ ī ordīe priori primus nūer⁹ par scꝫ binari⁹ est dupl⁹ ad .1. ita scōs par ad scōꝫ nūeꝝ duplus erit et tercius par tercio nūero duplus erit et sic in gn̄atiōe duploꝝ in infinitū possibilis est ꝓcessus. Siłiter ꝑ gn̄atiōe triploꝝ si post ternariū q̄ vnitati ē tripl⁹ nūeris alijs duob⁹ omissis scꝫ q̄ternario et q̄nario ꝓxim⁹ scꝫ senarius ip̄e erit triplus secundo nūero ꝑposite seriei et obmissis alijs duob⁹ scꝫ .7.8. ꝑueniem⁹ ad nouēnariū q̄ triplus est tercij numeri et sic sine fine ꝓgrediēdo ad oēm nūeꝝ īueniem⁹ eius triplū eritqꝫ triploꝝ ꝯtinue alter ipar et par reliqu⁹ alternatim. Siłiter pro gn̄atōe q̄druploꝝ si post .4. tribus nūeris obmissis capiat quartus cōtinue sēp deueniem⁹ ad intētū eruntqꝫ singula paria et sub nūero pari ꝯtēta sicut in duplis cōtingebat. Itē in quincuplis .4. obmissis obtatū ꝑueniet et ita dē alijs multiplicibus q̄buscunqꝫ dū tñ denoīatio ꝑportiōis generāde ꝑ .1. īnūeris supet ōmitendis erūtqꝫ omniū multipliciū proporcionum iparium denoīationum vnus par et alter impar alternatim sed multiplicium parium denominationum singuli pares erunt.

Quantitas supparticularis ad aliam dicit que semel eā cōtinet et aliq̄ eius ꝑtem aliquotā et si eā et eius medietatē cōtinet dicitur sexq̄altera et si eā et eius terciā dicit sexquiterciam. Et sic vlterius ꝓcedēdo ꝑ infinitas spēs. In proportione vel incōpōe tales numeri maiores dicunt duces minores vero comites. Generat supparticularis proporcio ꝑ hunc modū dispositis in vno ordine singlis numeris terciam ꝑtem habētibus qui per continuam additionem ternarij in infinitum procedunt

vt.3.6.9.12.15.18.&c.resultabūt oēs duces proportionis sexq̄-
altere quibus subscriptis singulis paribus feriati vt ī hac figūa
3 6 9 12 15 18 21 Prouenīēt oīs eiusdē propor-
2 4 6 8 10 12 14 tionis comites primū pmo scdm
secūdo referēdo et sic deinceps. Item dispositis singulis nume
ris quartā ptem habētibus qui p cōtinuam additionē q̄ternarij
generant vt.4.8.12.&c. habebimus oēs duces proporciōis sex
quitercie qui corespōdent ad oēs numeros triplos seu terciam
ptē habētes tāq̄ ad suos comites referēdo vt ī seq̄nti figura pz.
4 8 12 16 20 Cōsiliter gn̄ant sexq̄rte si ad siglos q̄
3 6 9 12 15 druplos singuli q̄ncupli cparēt et sic de
inceps pcedat in pporciōis supparticularis sigulis aliis spēb9
5 10 15 10 ¶ Accidit autē isti proportioni ista admirāda
4 8 12 16 proprietas quod in quibuscunq̄ numeris hu
ius speciei primus dux primum comitē per solum limitē primū
trāscēdit secūdus scdm p binarium terci9 tercium p ternarium
et ita deinceps p ordinē trāscurendo. Potest autem forma fieri
in q̄ proportionū tā multiplicū q̄ supparticulariū quot volueri
mus spēs generēt scribāt eñ primū fm lōgitudinē naturalis or
dinis nūeri cōtinue ab vnitate vsq̄ ad q̄cūq̄ volueris numeri
quātitatē sub quo ordie sūpto ītio abinario fiat alius ordo in q̄
p additionē binarij fiat cremētū cōtinue nūerorum cōsilr̄ & in q̄rto
ordie & ī q̄nto et sic p ordinē cōtinue excedat cui9 descptio ē talis

Longitudo tabule

Latitudo tabule

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	60
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

¶ In ista ergo formula est vna scdm longitudinē et altitudinē pgressio: si igit̄ scds ordo siue
in lōgitudine siue in latitudine ad p̄mū ordinē cōpet̄ accidit pria
gn̄atio p̄me multiplicū spēi scz duple si eñ.2.ad.1.aut.4.ad.2.
aut.6.ad.3.et sic vlterius cōparemus prouenit dupla proporcio
vtrobiq̄. vnde in ista prima specie proporciōis primus dux pris

mũ comitem superat per solam vnitatem secũdus secũdũ p. 2. tercius tercium per .3. et ita pe ordinem ascendendo. Consimiliter si tercius ordo ad primum referatur generatur tercia species multipliciũ. s. tripla supabitq3 primus dux primũ comitem per binariũ secũdus secũdũ per quaternariũ et ita per cremẽtũ binarij cõtinue procedendo: Item cõparando quartũ ordinem ad primuz proueniet generatio quadruplorꝫ et excedit primus dux primũ comitem per ternariũ secũdꝰ scõm per senariũ et ita per addictionẽ ternarij cõtinue cumulãdo et ita in singulis speciebus multipliciũ procedere poterimus sine statu. Pro generatione vero superparticulariũ procedimus isto modo: si enim respõdenter cõparemus terciũ ordinẽ a scõm accidit generatio cõtinua ꝓportiõis sexqaltere. Itẽ quartũ ordinẽ ad terciũ si referamus resultabit ꝓportio sexqtercia: et si qntũ qrto sexqqrta gñabit vtrobiqꝫ. Et ita p ordinẽ supparticulariũ spẽs ꝓcreant supabitq3 i oĩ eiꝰ specie primꝰ dux pmũ comitẽ pvnũ scõs scõm p .2. terciꝰ terciã p.3. ꝛc. Accidũt autem pdicte formule ꝓpetates. s. pma qȯ nũeri istiꝰ formule ab vnitate angulariter descendẽtes vt.1.4.9. singuli sũt qdrati sic ad sigulos qdratos deuẽire poterimꝰ resultãtibꝰ ex ductibꝰ nũerorꝫ naturalis ordĩs i se ipsos Scõa huiꝰ formule ꝓpetas ẽ qȯ singuli eiꝰ nũeri lõgi lateri sũt q ĩmediate nũeros angulares circũcingũt. Sũt aũt nũeri lõgilateri q ex ductu duorꝫ nũerorꝫ vniꝰ in alterꝫ ꝓducũtur quorꝫ vnꝰ alterꝫ sola vnitate supat: vñ circa.4. sũt.2. et.6. quorꝫ binarius ex ductu vnitatis ĩse et.6. ex ductu duorꝫ in.3. ꝓcreant. Consilr ter circa.9. sũt.6. et.12. sic q3 p ordinẽ ĩueniemus omẽs nũeros lõgilateros circa nũeros angulares. Tercia huius formule ꝓprietas est quod additis cõiũctim duobus numeris circũlateralibus vel circũiacẽtibus alicui numero angulari ad duplũ illius numeri angularis resultabit numerus quadratus. vt additis.2. et.6. cum bis.4. resultabũt.16. ꝛc. Quarta proprietas quod additis duobꝰ quadratis angularibus ꝓximis ad duplũ numeri ĩtercepti resultabit etiã numerus qdratꝰ vt additis. 4. et. 9. ad bis.6. producũtur.25. Quinta ꝓprietas est quod vbicũqꝫ signetur aliqua figura quadra in ista formula idem ex ductu angulorꝫ oppositorꝫ in angulos oppositos producetur vt ductis. 3. in.3. vel.1. in.9. idem resultabit: et multa alia vtilia possunt inscripta figura reperiri sed hijs õmissis ad propositũ reuertamur.

Qvantitas ad aliā suppartiēs dr̄ q̄ ipsā semel et aliquot ei⁹ ptes aliquotas ex q̄bus nō fit vna ps aliquota cōtinet et hoc tā ex nūero ptiū q̄ ex denoīatōe eaꝝ q̄ etiā ex vtrisq̄ i spēs ptrāsibit i īfinitū. Ex nūero ptiū: vt si maior nūer⁹ ɔtinet mino rē et ei⁹ duas ptes dr̄ supbiptiēs: si .3. dr̄ suptriptiens. Itē ex de noīatōe ptiū vt si maior minorē ɔtinet semel et ei⁹ ptes q̄ sūt ter cie toci⁹ dr̄ suppt̄iēs tercias. Itē ex vtrisq̄ vt si maior mīorē cōti net semel et ei⁹ duas ptes q̄ sūt tercie tocius vocat̄ sr̄biptiēs ter cias vel sr̄bitercia. Et si .3. ptes q̄rū q̄libet est q̄rta toci⁹ dr̄ sr̄tri ptiēs q̄rtas vel suptriq̄rta neq̄ i tali ꝓcesu aliq̄s erit stat⁹ hm̄oī aūt ꝓporcio vbi tā nūer⁹ ptiū q̄ eaꝝ denoīatio variat̄ cōtinue gn̄ari pōt si fiat vna series nūeroꝝ a ternario icipiēs ⁊ vlterius ꝓcedēs scd̄m ordinē naturalē: deinde fiat alia series in q̄ sūpto inicio a q̄nario singuli sequētes impares p ordinē subscribātur

3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
5	7	9	11	13	15	17	19	21	23

Si ergo primū ordi nis iferioris ad p̄mū supioris referamus resultabit ꝓporcio supbiptiēs si ꝯm scd̄o su ptriptiēs et sic sine fine. Si eñ sigulos vtri⁹q̄ seriei duplicem⁹ habebim⁹ scd̄os nūeros sub eisdē ꝓporciōib⁹ ɔstitutos: sūt eñ .10. et .6. duo nūeri iter quos est supbitercia ꝓporcio. Cōsiliter si duplicemus duos secūdos et sic i īfinitū ꝓcedere poterimus in singulis spēbus. Vñ ex hoc pꝫ q̄d hic errauit boecius in gn̄a tiōe cōtinua hm̄oī spērū ponit eñ q̄d scd̄s dux et scd̄s comes in ter quos est ꝓporcio pria suptriquarta deberēt triplari: et t̄ci⁹ dux et terci⁹ comes q̄druplari et ita deinceps ad hoc vt haberēt scd̄i nūeri sub eisdē ꝓporciōib⁹ cōstituti. Posuit etiā q̄ numeri triplati iteꝝ triplarētur quadruplati: iteꝝ quadruplarētur pro tercijs numeris subproporciōibus prehabitis ɔstituēdis. Item boecius nimis diminute processit in generatione superparticu larium specierum: non enim determinat nisi de talibus specie bus in quibus denominatio partium per solam vnitatem supat numerū earūdem: vt de superbitercia supertriquarta et huius modi non eñ docet quomodo superbiseptima vel alie hui⁹ m̄oī generētur. Et ideo vt in cui⁹libet generatōe specieꝝ īstruamur capiamus numerū denominātē ptes ꝓportōis ꝓposite q̄ nūer⁹ erit primus comes ꝓportiōis isti⁹ cui addamus nūeꝝ pciū pro portiōis eiusdē: sic habebim⁹ primū ducē. Verbigrā si ꝓporcio suptriseptima ꝓponat̄ capiamus .7. cui si addiderim⁹ .3. resulta bit .10. sunt ergo .10. et .7. minimi numeri inter quos proporcio

super triseptia reperit̃ q̇bus duplatis resultabũt etiã nũeri scõi eiusdẽ ꝓportõis et triplatis resultabũt tercij et c. Fũdat̃ capl'm istud super istam regulam multiplicium ꝛ sub multiplicium proporcio est eadem.

Uãtitas multiplex supparticularis ad aliam dicitur que eam plusq̃ semel ꝛ aliquam ptem eius aliquotam cõtinet et hoc tripliciter variatur primo ex parte multiplicis vt dupla supparticularis: tripla supparticularis ꝛc. Secũdo ex pte sup particularis vt multiplex sexquialtera: multiplex sexquitercia Tertio ex pte vtriusq̧ vt dupla sexq̇alt̃a: tripla sexq̇tercia vbi aũt stante denominatione ex pte multipliciũ sed solũ modo ex pteparticulariũ variata vt in duplici sexquialtera duplici sexq̇ tercia: fiat generatio eoꝝ per hũc modũ disponantur abinario secũdũ ordinẽ naturalẽ quilibet numeri ꝛ aquinario cuncti nu-meri ĩpares subscribãt̃ referẽdo igit̃ primũ ad primũ habebimꝰ ꝓporcioẽꝫ duplã sexq̇altã s̃m ad s̃m duplã sexq̇tciã t̃ciũ ad t̃ciũ duplã sexquiquartam

2 3 4 5 6 7 8 9

Progeneratione aũt 5 7 9 11 13 15 17 19

triploꝝ suppticulariũ fiat p̄mꝰ ordo vt priꝰ ꝛ ĩ scdo ordĩe sũpto a septenario inicio: nũeri cõtinue ꝑ addictionẽ ternarij augeãt̃ et ita deinceps

2 3 4 5 6 7 dictis ordinibus sint

Cũ igitur ĩ pre- 7 10 13 16 19 22 nũeri primi ꝛ minimi in suis ꝓporcionibus cõstituti si eos duplicauerimus habebimꝰ numeros secundos eisdẽ proporcionibus cõgruẽtes.

Uantitas ad aliã multiplex suppṫiẽs dr̃ q̇ eã pluries q̃ se mel et eiꝰ aliquot ptes aliq̇tas ex q̇bꝰ nõ sit vna ps aliq̇ta cõtinet ꝛ hoc tam ex pte multiplicis quã ex pte supparticularis per infinitas species variatur ex pte multiplicis vt pꝫ sed ex pte suppticularis multipliciter diuiditur. ¶ Accidit aũt huius mo di generatio proportionũ ꝑ hunc modũ proposita aliqua tali ꝓ portione capiat̃ numerus denominationis ptis minoris in ista proportione ita q̇ ille numerꝰ primus sit comes: deinde duplet̃ ille numerus primus vel triplet̃ scdm denominationẽ multipli cis in ista proporcioẽ ꝛ totali numero sic multiplicato addãtur vnitates scdm numerũ partiũ ꝓportionis proposite ꝛ resulta-bit primus dux in ista ꝓporcione ad primũ comitem cõparãdo Uerbigrã in ꝓportõe tripla supq̇nptiẽs septias capiãt̃. 7. q̇bꝰ triplatis et. 5. supadditis resultabũt. 26. ergo. 26. ꝛ. 7. sũt primi numeri sub ꝓportione ꝓposita cõstituti quibus duplatis resul-

tabūt ſcōi et illis triplatis reſultabūt tercij ¶ Notādū qꝺ̇ iſte.5.
ſeries nūeroꝝ q̄tū ad ſingulas ſpecies cuiuſlibet eaꝝ dē īuenirí
poſſūt in formula equilatera ſupius ſcripta ſi in īfinitū vlterius
extēdaꝫ. ¶ Ad pꝛimū em̄ oꝛdinē relinquí ſinguli cōparati ſingu
las multiplicis ſpecies ꝓcreabūt. Jtē ſi terciū oꝛdinē ad ſcōm et
quartū ad terciū et ita vlteriꝰ referamꝰ nulle ſuperparticulariū
ſpecies ōmitentur. ¶ Jtē ſi quintū oꝛdinē ad terciū et ſeptimū
ad quartū et nonū ad quintū et ita conſequēter aptemus habe=
bimus ſigulas ſpēs ſuppartiētiū Jtē ſi ſcōꝫ oꝛdinē ad q̇ntū et ad
ſeptimū et ad nonū et ita deinceps cōtulerimꝰ multiplicis ſupp
ticularis ſpēs varie cōplectūtur Cōſimiliter multiplicíū ſuppar
tientiū pꝛocreabūtur ſpecies ſi ad terciū oꝛdinē octauus et co=
reſpondenter alij referantur.

Oſt pꝛemiſſa reſtat cōſideratione dignū videri quomodo
oēs in eqnalitatis ſpecies ab equalitatis pꝛimoꝛdijs pꝛo
creantur. Pꝛepoſitis enim ſeriatim q̇buſcunq̧ tribus numeris
eq̄libꝰ ſubſcribatur numero pꝛimo numerus ſibi equalis et ſub
ſcribaꝫ numero ſcōo cōpoſitus ex numero pꝛimo et ſcōo et ſub
ſcribaꝫ tercio nūerꝰ cōpoſitꝰ ex pꝛīo duplici ſcōo et tercio et ſic
liquebit quomodo dupla ꝓpoꝛcio ab equalitate pꝛocedit. Con
ſimiliter generaꝫ ꝓpoꝛcio tripla ex duplis vt pꝛimꝰ ſubſcriptus
ſit eq̄lis pꝛīo et ſcōs pꝛīo: et ſcōo et terciꝰ pꝛīo ⁊ duplici ſcōo et
tercio ſicq̧ in īfinitū acceptis multiplicibus gn̄atōe q̄libet ſpēs
poſterioꝛ ex imediate pꝛioꝛi ꝓcedit vt pꝫ in figura 1 1 1
Conſimiliter ecōuerſo multiplicíū oꝛdini ꝓduceꝫ 1 2 4
ſuppartícularis generatio: vt.ſ.ex duplis ſexq̇al= 1 3 9
tera ex triplis ſexquitercia ⁊ ita ꝑ oꝛdīe pꝛedictū 1 4 16
generāꝫ poſitis em̄ ſeriatim.4.2.1.ſubſcribaꝫ.4 nūerus p̄mus
ſibi eq̄lis et ſcōs numerꝰ ꝯpoſitus ex pꝛimo et ſcōo et fiēt.6.de
inde ſubſcribatur terciꝰ numerus ꝯpoſitus ex pꝛimo et duobus
ſcōis et tercio fiūt.9.et ꝯſimilis ſit ꝓceſus vt hic 4 2 1
9 3 1 Jtem ex ſuppartículari oꝛitur ſup 4 6 9
9 12 16 parciens vt ex pꝛima ſpecie ſuppartícularis pꝛīa
ſuperpartiētis ecōuerſo oꝛdīe vt pꝫ in figura 16 12 9
9 6 4 Jtē ſi ſuppartícularis nō oꝛdine 16 28 44
9 15 25 ecōuerſo ſed directo ponaꝫ accidit gn̄atio mltiplí
cis ſuppticularis vt.ſ.ex ſexq̇altis dupla ſexq̇alta ex ſexq̇ͤcijs
dupla ſexq̇ͤcia et ita deinceps vt in pn̄ti figura pꝫ 4 6 9
9 12 16 Jtem ſi ſuppartiētes directo oꝛdine 4 10 25
9 21 49 diſponamꝰ ꝓcedit ex eis generatio multiplicium

suppartientiũ vt ex supbi partiẽte dupla superbi partiens et ex suptripartiẽte dupla supertripartiẽs ꝓducetur et ita deinceps vt in presenti figura pꝫ

Et sic terminatur arithmetice liber primus.

9	15	25	16	28	49
9	24	94	16	44	121

q Uia iam dictũ est quomodo ꝓportio oĩs inequalitatis ex equalitate procedit et res ex q̃buscũq; cõponũtur in eadẽ resoluũt. Ideo restat dici scðm proporcionẽ cõtinuã quomodo ad equalitatẽ resolui debeat quelibet inequalitatis spẽs proporcionaliter cõstituta. Dispositis eñ seriatim. 3. numeris ꝓporcionabilibus q̃buscũq; huiusmodi auferat numerus primus de secũdo et ponat ablatũ sub primo et residuũ sub secũdo deinde primo subscripto et duplo secũdi subscripti ablatis de tertio residuũ tercio subscribat: Si ergo proporcio prĩa fuerit quadrupla: p istũ moduꝫ reducta erit ad triplã et si tripla ad duplã et si dupla ad equalitatẽ siliter vt hic

8	32	128
8	24	72
8	16	32
8	8	8

¶ In proportiõe vero superparticulari si fuerit sexq̃altera reducet ad quadruplã et ita ad equalitatẽ vnde hic errauit boecius dicens q̃ si fuerit sexq̃rta primo ad sexq̃terciã secũdo ad sexq̃alterã dein de ad equales terminos reducentur: nec illud est verꝫ nec generabit supparticularis ꝓporcio sꝫ sexq̃tercia ex sexq̃quarta fm hũc modum generabit, Posset tamẽ dici in excusatiõeꝫ boecij quod ipe nõ itellexit sic quod sexq̃quarta ꝓporcio imediate reduceret in sexq̃terciã sꝫ prĩo reducẽt ad quadruplã et secundo quadrupla reducẽt ad triplã. Tertio cõuersis triplis generaret sexq̃tercia sic ergo a primo ad vltimũ sexq̃quarta reducẽtur ad sexq̃terciã. Et similiter p reductiões interpositas reducet sexquialtera et vlterius itaq; ad equalitatẽ si quis eñ eũ ita intelligat michi placet. Ex dictis ergo pꝫ quod sicut vnitas est cuiuslibet p se cõstituti nũeri principiũ ita equalitas numeri cuiuslibet ad aliũ relati principiũ est et mater.

¶ quia in pluribus libris vt in musica et inthimeo iuenit proposito aliquo numero alios sibi in proportiõe data cõsequẽter inuenire. Ideo restat hic regulã quandã dare quot numeri numerũ propositũ in proporcõe supparticulari proposita cõtinue subsequent. Supposito ergo iuxta preostẽsa ꝙ cuilibet

speciei in proportione multiplici corespōdēter in proportiōe su pparticulari proposita cōtinue subsequitur alia spēs q̄ secūdū doctrinā prehabitā ex ea generat vt sexqaltera generat ex du- pla et sexqtercia ex tripla. Et sufficiat pro presēti ppōito hec regula generalis q̄d cuilibet nūero succedūt tot numeri in data proportiōe supparticulari ꝯneri quotus in ordine fuerit ille nu- merus inicio sūpto a minimo in ordine multipliciū illius speciei que supparticulari ppōite corespōdet. Verbigrā. sūpto quo cūqꝫ nūero impari qm̄ nullū numerū duplat vt grā exēpli. 5. pri mū duplū respectu illius est. 10. cui succedit tm̄ vnus numerus ī proportione sexqaltera. s. 15. secundum duplum est vigenarius cui succedūt tm̄ duo numeri. s. 30. et. 45. in eadem proportione

Latitudo

5	10	20	40
an	15	30	60
	gu	45	90
		laris	135

Cōsimiliter sūpto quocūqꝫ nūero q̄ nullum aliū triplat. vbigrā. 5. primū triplū respe ctu eius est. 15. cui succedit tm̄ vnus nūerus i p portiōe sexqtercia. s. 20. Scōꝫ triplū est. 45. cui tm̄ succedūt duo nūeri. s. 60. et. 80. ī pro portione sexquitertiā et ita deinceps vt patet hec tria exempla in sexquialteris et sequitercijs.

Latitudo

5	15	45	135
an	20	60	180
	gu	80	240
		laris	320

Accidūt hijs due proprietates quarū prima talis est q̄ qualis est proportio primi ordinis inter nūeros suos scdm̄ cōtinuū et directū talis est proportio ordinū aliorū: vt in primo exēplo. s. ī sexquialteris. s. in singulis ordinibus numerus sequēs duplus est ad precedētē. In secūdo exemplo triplus. In tertio quadruplus: Secūda ppꝛietas est quod numeri angulares sūt multiplices multiplicitate specierū proximo in ordine sequentium vt angulares duplicium: sūt tri plices angulares triplicium quadruplices: et ita deinceps vt ex emplariter liquet. Post hoc ad propositum reddeamus: vnde consideratione dignum est quod sicut ex multiplicibus conuer sis nascuntur supparticulares vt superius est expressum ita ecō tra ex superparticularibus multiplices procreātur. Prima enī proporcio mltiplicium ex duabus primis superparticularibus oritur sicut proporcio dupla ex sexquialtera et ex sexquitercia.

duplus

2	3	4
sexqalter		sexqtercius

Item secūda proportio mul tipliciū ex prīa multiplici et prima supparticulari pcedit

triplus Tertia vero ꝓportio multiplicīū ex
6 12 18 scōa multiplici et ex scōa sꝑticulari.
duplus sexq̇alter q̄druplus
q̇ncupl⁹ 3 9 12
4 16 20 tripl⁹ sexq̇terci⁹
q̄drupl⁹ sexq̇quart⁹ Et ita in infinitū generatio hmōi
protēdetur fit em̄ ꝓporcio tripla ex dupla et sexq̇altera et ita ꝑ
ordinē ꝓportio q̄drupla ex tripla et sexquitercia et ita deiceps
In q̄titatibus ergo sufficit ad presens relatis.

Ost hec de numeris figuraꝝ geometricaꝝ similitudinē
habētibus scilicet de numeris linealib⁹ suꝑficialibus et
solidis est agēdū. De q̇bus ꝯsiderantes non vtemur notulis ab
aliis cōsuetis vt ponēdo.l.pro.50.aut.x.pro.10.⁊c.ex eo quod
huiusmodi notulas vsus reperit:nō natura:sed pro quolibꝫ scri
bēdo numero tot ponemus virgulas quot obtinuerit vnitates.
Est aūt nūerus linealis q̇ a duobus sumēs exordiū adita semꝑ
vnitate in infinitā lōgitudinē ꝓcedit: vt.ij.iij.iiij.⁊c. Numerus
suꝑficialis est qui diuisim ꝑ vnitates scriptus lōgitudinē et lati=
tudinē obtinet sed altitudinē nusq̄ habet. vnde et tales numeri
facta incoatiōe a ternario scōm naturalē progressū in augmētū
angulоꝝ ꝓcedūt vt si primus triangularis sit/secūdus quadrā
gularis/tercius pentagonalis et ita ꝑ ordinē procedendo.vnde
quia oīs figura suꝑficialis recti linealis resolui pōt in tot trian=
gulos quot angulos habet vnde nec due linee claudūt suꝑficiē:
ideo nūerus triāgularis est primus nūerus nūeroꝝ suꝑficialiū.
Triāgularis nūerus est q̇ suꝑficiali dispositiōe tria latera equa=
lia cōtinet. Quoꝝ primus erit vnitas q̄ vi sua vniuscuiuslibet nu
meri naturā habet et nullius actū cū sit mater omnium nūeroꝝ
Secūdus triāgularis est ternarius q̇ duas in qualibet ꝑte con=
tinet vnitates . nari⁹ triūlateꝝ ⁊ triū i q̇lꝫ latere vnitatū
Tertius est se . . et ita deinceps . nūeroꝝ sēꝑ se
Generant aūt oēs nūeri triāgulares: . . quētes ꝯiūgāt
si disposito naturali ordine prioribus . . . hmō.1.2.3.4.
Hoꝝ aūt ꝓprietas est q̄ quātus est vltimus nūerus eoꝝ ex q̇b⁹
aliq̇s triāgularis generat tot ille nūer⁹ triāgularis in quolꝫ suo
latere cōtinet vnitates. Numerus q̄dratus est q̇ diuisim script⁹
.4.equalia latera ꝯtinet: vt hic . . . rāt aūt oēs nūeri quarti
Primus aūt istoꝝ habet vnū in . . . si dispositis seriatim nūe
quocūqꝫ latere.secūd⁹ duo/ter . . . ris singulis imparib⁹ se=
cius tria et ita deinceps. Gene quēs q̇libet ꝓcedētibus

oĩbus adiũgatur vt hic.1.3.5. Est aũt huius nũeri proprietas ꝙ quilibet nũerus q̃dratus tot vnitates cõtinet in quolꝫ latere ex quot nũeris ĩparibus generatur vt.9. qui ex acerbatiõe trium numeroꝝ imparum.s.vnitatis ternarij et quinarij procreatur: vnde.3.vnitates in quolꝫ suo latere ↄtinebit. Et nota quod hec proprietas modo supius dicta est generalis oĩbus numeris sup ficialibus siue sint triangulares siue quadrãgulares et cetera.s. ꝙ quilibet eoꝝ tot vnitates in quolꝫ latere cõtinebit quot in ge neratiõe sua nũeros cõgregabit. Pentagonalis nũerus est q̇.5. lata eq̃lia cõtinet vt hic missis duob⁹ vt addita vnitate Generant̃ aũt isti ex na ad.4. Itẽ exagoni tribus ꝑter= turali ordine sẽꝑ preter missis vt addẽdo.1.ad.5. Itẽ ep tagoni.4.pretermissis vt.1.et.6.7c.hmõi et vt facilius videant̃ ponãt̃ exẽpla hic pluriũ spẽrũ

trianguli.1.3.6.10.15.21.28.
q̃drãguli.1.4.9.16.25.36.49.
pẽtagoni.1.5.12.22.35.51.70.
exagoni.1.6.15.28.45.66.
eptagoni.1.7.18.34.55.

Accidit aũt hic inter istas spẽs relatio ꝙ q̃dratus quilibet ex supposito triangulo et ex triangulo precedente simul additis procreat̃.4.eñ ex.3.et.1.9.ex.6.et.3.16.ex.10.et.6.et ita dein= ceps nascũtur. Quãtum vero ad alias spẽs est hec regula ꝙ q̃lꝫ posterior spẽs ex suprapositа priori et ex ꝑcedẽti triangulo ge= nerat̃ vt pentagon⁹ ex.4.et.1.12.ex.9.et.3.22.ex.16.et.6.et ita deinceps. Similiter exagoni vt.6.ex.5.et.1.et.15.ex.12.et.3.na scunt̃ et ita de alijs. Pꝫ ergo quomõ triangulus cũctoꝝ sũmas efficiat et singulorum procreationibus admisceatur. Ex hijs se quitur hec notanda proprietas quod sumptis quotquot huius= modi speciebus per ordinem omnes eiusdẽ ordinis numeri triã gulis sese superãt vt secũdus q̃dratus secũdum triplum superat vnitate et secũdus pentagonus secũdum q̃dratũ supat vnitate Similiter tercius q̃dratus terciũ triplũ ternario supat et terci⁹ pẽtagon⁹ sĩlit̃ q̃dratũ terciũ et ita deinceps q̇lꝫ reliquũ supabit. ergo triangulus oĩm figuraꝝ cemẽtũ et principium dici potest. Et ꝑ hec ad figuras solidas facilior erit via. Si eñ nũeroꝝ sṗfi cialiũ lõgitudini et latitudini altitudo addita fuerit q̃ vel crassitu do vel ꝓfũditas appellat̃ nũerus solidus resultabit inter quos primus est piramis q̄ solidoꝝ est principiũ quẽadmodũ triãgul⁹ supficialiũ fuerat elemẽtũ id est ṗncipiũ. Nũeroꝝ vero piramida liũ alius basim habet triangularẽ alius q̃dratã ali⁹ pẽtagonalẽ et ita deinceps quorum singulorum tot sunt angl̃i in basi vt hic.

trianguli	piramidales sui
.1.3.6.10.15	.1.4.10.20.35.
quadrãguli	piramidales eoꝝ
.1.4.9.19.25.36.	.1.5.14.30.55.
pentagoni	piramidales eoꝝ
.1.5.12.22.35.51.	.1.6.18.40.75.

Generant̃ aũt oĩs triangulares piramidales ex supficialibus triangulis et piramides quadrate ex supficiebus quadratis et ita de alijs piramidis speciebꝰ sicut supficiales nũeri ex naturali ordine nũeroꝝ nascunt̃ ¶ Primus aũt triãgulus.s.vnitas sit pria piramis ⁊ addito primo triãgulo ad scõꝫ fit secũda piramis et ita deinceps. Et quot vnitates fuerint nũeroꝝ cõiũctoꝝ tot erũt vnitates in latere piramidis procreãde. Cõsilit̃ nascũt q̃drate piramides. Et eod̃ mõ ꝓcedit gñatio in aliaꝝ piramidũ spẽbus. Et sic singulorũ gñatio gñationi triploꝝ similis ẽ eo quod q̃libet piramis nũeꝝ suũ supficialẽ basim optineat et similiter tot vnitates in lateribus cõtinẽtur. Scire etiã oꝫ q̃ sunt curte piramides vel bicurte vel tricurte vel quadricurte et ita deinceps. Perfecta piramis est que a quacũqꝫ basi incipiat ad vnitatẽ ꝑuenit si vero ad vnitatem ista altitudo nõ ꝑuenerit curta vocabitur. Cõsiderata ergo specie basis si ad ꝓmũ opere et actu multiangulũ eiusdẽ speciei non artetur in vertice bicurta dicit̃.si vero ad terciũ tricurta: si ad quartũ quadricurta et ita deinceps ꝑ ordinẽ transcurrendo Si vero in q̃drata piramide.16. ponat̃ in basi et.9.superius deinde.4.et.1.in vertice piramis est perfecta si vero illud vnũ quod est primũ q̃dratum ĩ potẽtia diminuatur: curta piramis dicitur Si enim a vertice diminuãtur.4.qui sunt secundum q̃dratum bicurta piramis nũcupatur. Et generaliter quot cunqꝫ numeri defuerint tociens eam curtam dicimus.

Unt et alij nũeri solidi quoꝝ quidã dicunt̃ cubi: quidam aseres: quidam laterculi: quidam cunei: quidam sperici: quidam paralellipidi Numerus cubus est qui latera.6.equalia quadrata obtinet. Cuiꝰ generatio fit ex ductu lateris quadrati numeri in q̃dratũ vt quadrati latus q̇ est binarius si ducat̃ i.4. fient.8.qui est numerus cubitus et ita in alijs quibuscunqꝫ. Huius proprietas est quod quilibet cubꝰ habet.6.superficies quadratas equales et.12.latera equalia atqꝫ angulos.8.equales. quorum quilibet sub.3.angulis superficialibus continetur. Numero cubo numerus cuneus dissimilis est: nam cubus omes dimẽsiões habet equales et resultat ex aliquo vno nũero in se bis ducto cuneus vero nullam dimẽsionẽ alteri equalem habet sed

ex diuersis gradatim producit̃ vt bis tria quater cõstituũt.24.
et tria.4.quinquies faciũt.60. Iste nũerus a grecis vocat̃ scale
nos a latinis gradatus. Itẽ a grecis sperniscon a latinis cuneus
noiat̃. Quidã vocant hos bomiscos id est quasdã arullas Inter
cubos q̇ oẽs dimẽsiones habẽt eq̃les et cuneos q̇ habẽt dimen-
siones quasl3 ineq̃les. Sũt alij nũeri q̇dã a grecis paralellipidi
dicti qꝛ nec oẽs dimẽsiões hñt eq̃les nec oẽs ĩeq̃les hmõi figura
dicit̃ latine que alternatim positis cõtinet̃ lateribus.

Unc ad supficiales nũeros redeamus. Notãdũ qȯ nũe-
ri altera pte lõgiores sũt q̇.4.habẽt angulos et.4.late
ra nõ tñ eq̃lia oĩno sed defficit eq̃litas p solã vnitatẽ Si em̃ i nũe
roꝝ ordine naturali primũ p scȯm vel scȯm p terciũ et ita dein-
ceps multiplices vt semel bis bis tria et ita deinceps nascentur
tales nũeri. Si aũt lõgitudo a latitudine discrepat nõ solũ vni-
tate sed binario tũc talis nũerus nõ vocat̃ altera pte lõgior: sed
antelõgior. Nec ꝓcedit scȯm actores talis discrepatio dimẽsio-
nũ vltra binariũ q̇ est alteritatis principiũ eo ꝙ alteꝝ ad minus
dr̃ de duobus. Quia autẽ dispositis oĩbus ĩparibus seriatim et
sub eis cunctis paribus ex acerbatione superioꝝ generant̃ oẽs
q̃drati et ex acerbatiõe omniũ inferioꝝ generãtur altera parte
longiores vt hic: q̃drati ex ĩparib⁹ altera pte lõgiores
ideo nũeri q̃drati ex .1.3.5.7.9.11.13. .2.4.6.8.10.12.
imparibus ꝓcreati si .1.4.9.16.25.36 .2.6.12.20.30.42.
cut etiã vnitas q̇ ĩparitatis est radix aut ĩmutabilis substãtie sũt
oĩa latera eq̃lia cõtinẽtes: at nũeri altera pte lõgiores q̇ ex pari
bus producunt̃ alteritatẽ habent sicut et binarius q̇ alteritatis
ꝑncipiũ est Et radix ĩmutabilitatis vnitatis ex hoc ostẽdit̃ ꝙ q̇d
quid ipsa multiplicet prior q̃titas nõ variat̃ et hoc de nullo alio
repitur in quẽcũqȝ em̃ numeꝝ ducat̃ binarius statim ꝓducitur
alia q̃titas a priori est ergo binari⁹ alteritatis principiũ et origo
Numeri laterculi sunt solidi qui fiunt ex equalibus equaliter in
minus vt ter tria bis: ibi em̃ lõgitudo et latitudo sunt equales
et altitudo minor vtraqȝ earum. Asseres vero fiũt ex equaliter
equalibus in magis. vt ter tria septies vbi lõgitudine et latitudi-
ne existẽtibus equalibus altitudo fit maior. Sperici siue circuli
sunt qui in illum numerum terminantur ex cuius productione
in ipsum vel productum nascuntur. Tales numeri ex quinario
vel senario nascuntur vt patet in figura presenti.

1	5	6	Et ita ad presens de figuris solidis hec suffi
1	25	36	ciant.
1	125	216	
1	625	1296	

Lterius est sciēdū quod sicut oīe quod est aut est nature immutabilis eiusdem substātieqꝫ vt deus anima et hmōi aut mutabilis et variabilis nature vt corp⁹ et ex hijs duabus naturis fit oīe quod fit: ita ex numeris quadratis et altera parte longioribus: quoꝝ primis ex numeris imparibus et ex īmutabili vnitate procedentibus secundis ex numeris paribus et ab alteritatis principio binario procreatis: nascuntur ceteri numeri omnesqꝫ eoꝝ proporciones quibus informantur qui vero numeri sunt quadrati et qui sunt altera parte longiores supius patuit. Disponantur eñi q̄drata omnia seriatim sub quibus per ordinem scribantur omnes altera parte longiores vt hic.

.1.4.9.16.25.36.49. Si ergo cōpares altera parte lōgiorē
.2.6.12.20.30.42.56. primū. primo tetragono resultabit dupla proporcio: si vero secūdum: secundo emiola id est sexquialtera. si vero terciū tercio sexquitertia et ita in proportiōibus superparticularibus nullatenus erit status. etiam ī prima relatione differentia est vnitas in secunda binarius. in tertia ternarius et ita deinceps. Item si secūdum tetragonū primo altera parte lōgiori ꝯpares: et tertiū secūdo et quartū tertio et ita deinceps easdem proportiones effici probabis. iste tamen differētie non ab vnitate: sed abinario incoant sed in infinitū ꝓcedūt. Rursus q̄drati numeri seriatim positi per numeros impares differūt. ꝑ pares tñ distant altera pte longiores.

Item si inter primum tetragonū et secūdum ponat̄ prim⁹ altera pte lōgior ad vtrosqꝫ in proportōe dupla cōiungit̄. si inter secūdum et tertiū tetragonū ponat̄ secūdus altera parte longior proportio sexq̄altera ab vtrisqꝫ ꝯponit̄ et sic īter tertiū et quartū et sic deinceps.

1	2	4	dupla
4	6	9	sexq̄altera
9	12	16	sexq̄tertia
16	20	25	sexq̄q̄nta

Item si duo q̄drati proximi inuicem addātur et altera pte lōgior qui scd̄m premissam rōnem mediās est inter istos dupletur et addat̄ cū eis resultabit tetragonus. nā .4. et .1. simul additis fiunt .5. duplato ergo binario q̄ est altera parte longior inter istos sicut .4. et totum congregatur fit .9. qui est tetragonus. Similiter ecōuerso si inter primum et

secũdum altera parte longiorẽ ponatur secũdum tetragonũ et illud duplatũ addatur alijs vnitis resultabit tetragon⁹: vt iter .2.et.6.si ponatur.4.illud mediũ duplatũ et addatur extremis ꝓducit.16.q̇ est tetragonus et ita deiceps. Item vbi ꝫm p̃missã rĩam inter duos tetragonos stat vnus altera pte longior: tetragonus qui ex illis nascitur semp ex radice ipari procreatur/at vbi inter duos altera pte longiores tetragonus clauditur oẽs qui ex illis resultant tetragoni a paribus radicibus procreãtur Item ex predictis duab⁹ formulis. s. ex q̃dratis et altera parte longioribus nascunt̃ oẽs alie numeroꝝ forme additis eñ simul primo tetragono et primo altera parte longiore fit primus trigonus scilicet.3.et addito secũdo tetragono ad primum altera parte longiorem resultant.6.qui est secundus triãgulus. et additis simul tetragono tertio et secundo altera parte longiore fit. 10. qui est tercius trigonus ꝛc. vt patet in figura vbi tetragoni et altera parte longiores ponuntur alternatim et fit additio duorum continue proximorum.



tetragoni et altera parte longiores.

.1.2.4.6.9.12.16.20.25.30.

.3.6.10.15.21.28.36.45.55.

triangulares numeri.

Item quocũq; dato tetragono si proprium suum latus siue addatur siue ab eo subtrahatur numerus altera parte longior ꝓducetur. Item permixtis tetragonis et altera parte longiorib⁹ alternatim erunt aliquando intercidẽtes proportiones eedem et differẽtie diuerse aliq̃n eꝫ. Accidit ei ista mutatio alternatim

tetragoni et altera parte longiores

.1.2.4.6.9.12.16.20.25.30.36.

.1.2 . 2.3.3. 4. 4. 5. 5. 6.

Differentie eorum

In premissa enim formula inter primum et secundum. et secundũ et tertiũ est eadem proporcio differẽtia diuersa. Item inter secundum et tertium et tertiũ et quartũ est eadẽ differentia et ꝓportio variat̃ et ita deinceps crescũt differẽtie scd̃m oẽs nũeros ordinis naturalis: necnõ etiã ꝓportiones scd̃m oẽs supparticulariũ spẽs ꝓducũt. Itẽ ex dictis differẽtijs relatis ad numeros quoꝝ sũt differẽtie accidit variatio in ꝓportiõibus scd̃z spẽs diffinitas. nã inter. 1.et.2. differentia est. 1. quod est equale primo

et sub duplū ad secūdū. similiter inter.2.et.4.binarius est differētia qui ē equalis binario et sub duplus quaternario. similiter inter.4.et.6.binarius est differētia que est medietas q̄ternarij et tertia ps senarij siliter arguas de differētia iter.6.et.9. et ita deinceps. Itē patet oēs tetragonos pticipare naturā impariū nūeroꝝ ex hoc qd̄ singulis duplis vel triplis seriatim dispositis talis ordo cōserit vt nūq̄ nisi ipari loco tetragon⁹ iueniat vt hic

.1.2.4.8.16.32.64.128. Item cubi etiā imutabili natu=

.1.3.9.27.82.243.729.2187. ra pticipant eo quod nō ab aliis q̄ ab imparibus nūeris producūt dispositis em̄ seriatim cūctis imparibus primus eoꝝ est prim⁹ cubus. s.in potētia sic quod si duos sequētes.s.3.et.5.simul addideris: re sultabūt.8.qui est secundus cubus. cōiunctis etiam tribus sequētibus. s.7.9.et.11. resultabūt.27.qui est terci⁹ cubus.et ex.4.sequētibus fit quartus ita per ordinem augmentando vt hic.

.1.3.5.7.9.11.13.15.17.19.

.1. .8. .27. .64.

Ex hijs quidē cū sufficiēter sit dictū: vlterius de proportiōibus et ꝓportionalitatibus est dicēdū. Est aūt ꝓporcio duoꝝ terminoꝝ q̄dā ad inuicē habitudo et quodāmodo cōtinētia ex quoꝝ cōpositione ꝓportionalitas resultabit. ¶ Est ergo proportionalitas duaꝝ vel triū vel quotlibet ꝓportionū assūptio ad vnū atq̧ collectio. Uel proporcionalitas est duoꝝ aut triū aut pluriū ꝓportionū similis habitudo. Uel ē collectio proportionum et in vnū reductio. Et cōsistit ad minus inter.3. terminos vbi medius terminus respectu vnius extremitatis est comes et respectu alteri⁹ est dux et illa ꝓportionalitas cōtinua nūcupat. Proportionalitas discōtinua inter.4.terminos cōsistit ad minus vbi nullus terminus est bis sūptus. Apud antiq̄s aūt est triplex proportionalitas seu medietas sc3 arithmethica geometrica armonica post quos alij sapiētes addiderunt alias medietates.7.propter cōplementū numeri denarij ita quod in toto sūt.10. Arithmethica ꝓportionalitas ē vbi nec lecta ꝓportionū equalitate eadē inter terminos differētia custodit: sicut in numero disposito in ordine naturali vt.1.2.3.4.&c.vel vbi equales termini cōtinue sūt omissi vt.2.4.6.8.&c.si em̄ terminū vnū dimittas differētia erit binarius si duos ternari⁹ et sic sine fine Arithmethice medietatis vel proportionalitatis proprietates

sunt plures. Prīa quod in huiusmodi proportionalitate medi⁹ terminus est ꝯiūctoꝝ medietas extremoꝝ vt hic. 8
In ꝓporcionalitate vͦo disiūcta siue discōtinuata 2 4 6.
duo extrema duobus medijs adequātur vt hic. 2.4.6.8
Secūda proprietas quod sicut sūt oēs termini .10.
ad se ipos: ita erūt et differētie ad differētias vtrobiqꝫ eñ equalitas cōseruaẗ. Tertia proprietas q̄ nullus ante nicomatū inuenit qn̄ proportionalitas est cōtinua illud q̄ fit ex ductu vnius extremitatis in aliā minus est illo q̄ fit ex medio ducto in se ipsū: ꝑductū differētie in differētiā.s. in se ipsā id est erit excessus q̄ta est differētia ꝑducta in se ipaꝫ vt hic.3.5.7.ex.3.in.7. resultant .21.et ex.5.in se resultāt.25.que excedit.21.per.4.4.aūt resultant ex ductu binarij in se ipm que est differētia. Et hanc etiam proprietatē dicit boecius in proportionalitate discontinua esse verā: sed hoc oꝫ intelligere de differētijs sumptis inter vnum et idemqꝫ.b.inter.c. et.d.et secūdum vtrūqꝫ.s.mediū.e.excrescet: vt hic.5.7.8.10.ducendo.5.in.10.resultant.50.et ducendo.7.in .8.resultant.56.que excedunt.50. per.6. differētia autem inter .5.et.7.sunt.2. et differētia inter.7.et.10.sunt.3. ducetur igitur .2.in.3.resultant.6.per que.56.superāt.50. ꝯsimiliter differētia inter.5.et.8.sunt.3.et differētia inter. 8.et.10.sunt.2. per que resultat idem q̄ prius. Quarta proprietas est huius quod semꝑ in minoribus terminis est maior proporcio et ecōtra vt inter.2. et.1.est proportio dupla: inter.3.et.2. est ꝓportio sexquialtera. In armonica autem econtra accidit. In geometrica vero potest esse proportio equalitatis vtrobiqꝫ.

Unc de proportionalitate geometrica que maxime vel sola proportionalitas appellari potest dicemus. In hac enim differentia equali neclecta semper identitas proportionū custoditur vt hic. 1.2.4.8.dupla .1.3.9.27.tripla. huius prima proprietas est q̄ in proportionalitate cōtinua geometrica: quecunqꝫ inter duos terminos proporcio fuerit: eadem semꝑ inter differētias eoꝝ reperiẗ. .1.2.4.8.16.dupli
Secūda quod ī numeris duplis mi .1.2.4.8. differētie
nor terminus per se exceditur a maiore sed ī numeris triplis se ipso duplicato in quadruplis se triplicato: et sic consequenter. Tertia quod quidquid ex ductu extremi ī extremū producitur Idem ex ductu medij in semet ipsū si terminus medius sit vnus

aut ex vno medio in aliū si sint duo termini. Quarta in terminis maioribus et minoribus semp est eadez pporcio. Ex quibus pz q recte arithmethica proporcióalitas ei reipublice q̄ a paucis regitur: cōparaẜ: eo q in minoribus eius terminis sit maior pporcio et ecōtra. Armonica vero in cuius maioribus terminis est maior proporcio optimatū reipulice similaẜ et geometrica q̄ vtrobiqz pportionū seruat equalitatē diciẜ popularitas. Sunt aūt hic quedam notanda que intimei cosmopopeia disputatiōe platonica ptractanẜ. primū est quod inter oēs duos quadratos proximos est vnū terciuz proporcionale quod ex ductu lateris vnius q̄drati in latus alterius resultat: vt inter. 4. et. 9. sunt. 6. Secundum quod inter quoslibet duos cubicos proximos sunt tātum duo media proporcionalia quorum minus resultabit ex ductu lateris maioris in quadratum minoris et maius ex ductu lateris minoris in quadratū maioris proueniet vt iter. 8. et. 27. sunt. 12. et. 18. media quoz minus resultat ex. 3. in. 4. et maius ex duobus in. 9. Tercium est quod si q̄dratus quadratum multiplicet numerus proueniens erit quadratus. Quartum si altera parte longior multiplicet quadratū vel ecōtra semp altera pte longior inde crescit vel si cubus quadratū multiplicet nec quadratus nec altera parte longior resultabit. Quintū quod si altera pte longior altā pte longiorem multiplicet semper altera pte longior producetur. Sextū si cubus cubū multiplicet prouenit inde cubus. Septimū si cub⁹ altera parte lōgiorem multiplicet productus numerus nō poterit esse cubus. Octauū quod ex ductu paris in parem aut paris in imparē aut ecōtra semp nūerus par procreatur: sed in par imparē multiplicans imparē pducit ista facilius cognoscūtur in libris platonicis de republica eo loco qui dicitur nupcialis.

Rmonica proporcionalitas nec ex eisdē differēcijs neqz ex eisdem proportionibus constituitur sed positis tribus terminis sicut maximus eoz se habet ad minimū ita differentia inter maximū et medium ad differentiam inter medium et minimum se habet vt. 3. 4. 6. vel. 2. 3. 6. Prima huius proprietas est contraria arithmethice eo q hic in minorib⁹ terminis est minor pporcio et in maioribus maior et in arithmethica econtra. Secūda proprietas qd̄ in arithmethica medietate medius termin⁹

eadem sui pte minorē excedit per q̄ excedit a maiore sed non per eandem minoris minorem exceditur per quam partem maioris excellitur a maiori sed in medietate armonica est econtra nam inter.2.3.6.medius terminus non eadem parte sui minorem excedit terminum et exceditur a maiori nam excedit minorem tercia sui parte et se toto exceditur a maiore sed per eandem partem minoris minorem superat per q̄ partem maioris supatur a maiori per medietatem em̄ minoris minorem excedit et p medietatē maioris exceditur a maiori geometrica vero medietas variat ab vtraq₃ nam medius terminus per q̄ partem minoris minorem superat per eandem partē sui ipsius a maiori termino superatur. Tertia ppzietas quod illud q̄ fit ex ductu medij termini icompositum ex extremis duplum est ad illud quod ex ductu vnius extremi in alterum extremum procreatur. Vocatur autem ista medietas armonica eo quod ī eius terminis reperitur tota consonantia musicalis: nam diateseron inepitrita id est in sexquitercia pportione cōsistit cuiusmōi sūt. 4.et.3.diapente ex sexqaltera resultat cuiusmōi sūt.6.et.4.diapason ex dupla pportione puenit cuiusmōi sunt.6.et.3. Diapason cum diapente qui in tripla proportione consistit. et fit ex differentia inter extrema ad differentiam inter medium et minorem cuius modi sunt.3.et.1.bis diapason quod proporcionē quadruplam vendicat fit ex medio termino et maiori ex eorum differentia simul sumptis ad minorē. Similiter in istis tribus terminis easdem cōsonantias reperimus.2.3.6. nam ex medio ad minorem fit diapente et ex maiore ad medium fit diapason et ex differentia maioris ad medium et differentia medij ad minorem fit diapente cum diapason similiter ex maiore ad minorem et ex differentia maximi ad minimum et differentia medij ad minimum illa que bis diapason dicitur consonantia resultabit. Alij vocant hanc medietatem armonicam eo quod cognata sit geometrice armonie: dicunt enim geometricam armoniā esse cubum propter hoc quod inter omnes eius dimensiones est equalitas et conuenientia vtrobiq₃ omnis autem cubus latera habet.12. angulos.8.superficies.6.hec autem dispositio est armonica. disponanť em̄ tres termini.s.6.8.12. in q̄bus inueniunť oēs ppzietates armonice necnon et oēs consonantie musicales similiter

et huiusmodi proporcionalitas armonica nuncupatur. Est aūt notandum quod sicut in fistulis: extremis foraminibus eisdem manentibus contingit ꝑ apertionē et obturationem foraminū mediorum: sonos multiplices variare: ita cōtingit duos numeros siue pares siue impares tanq̄ terminos ponere et per aliā et aliam īsertionem medij triplices proporcionalitates assignare: ita quod in arithmethica differentiarum tantum equalitas conseruetur: in geometrica tātum proportionum identitas habeatur et in armonica differentiarum comparatio: proportionibus conueniat terminorum: sint ergo termini pares propositi.10.40.inter quos īsertis.25.habetur proporcionalitas arithmethica insertis.20.habetur proporcionalitas geometrica insertis.16.habetur proporcionalitas armonica. Itē si terminos impares volumus assignare vt.5.et.45.veniemus nichilominus ad intentum nam interpositis.25.apparebit medietas arithmethica et interpositis.15.liquet proportio geometrica īterpōitis autem.9.armonica patefit. Ut autem possimus faciliter huiusmodi media reperire sciendum est quod mediū arithmethicum dimidiū erit compositi ex extremis. Item si medietatem excessus termino minori addideris quesitū medium obtinebis. Pro medio geometrico altero extremo multiplicato per reliquum radix q̄drata producti erit medium quod īquiris. Item si ꝓportionem īter extrema per medium diuides inuenies illud mediū Pro medio vero armonico differentiam inter extrema per terminum minorem multiplica et producto diuiso per compositū ex extremis: addatur numerus quociens minori termino et patebit quesitum.

Extractato diffuse de istis tribus ꝓportionalitatibus ꝑ.7.alias ꝓportionalitates disseramus. Quarta ergo ꝓporcionalitas est armonice cōtraria in qua tribus terminis positis quemadmodum est terminus maximus ad paruissimum sic est differentia minorum ad differentiam maiorum vt hic.3.5.6. Huius medietatis vna est proprietas.s.quod fit ex medio ī maximum duplum est ad illud quod ex medio in minimū producit. Quinta et sexta ꝓportionalitates geometrice ꝓportionalitati contrariant. et est quinta proportio medij ad minorem est sicut differētia minoꝝ ad differentiam maximoꝝ vt hic.2.4.5.sed in geometrica est ꝓportio maioris ad minorē sicut differētia maio

rum ed differentiam minorum. Huius aūt est proprietas quod illud quod fit ex ductu maioris termini i medium duplum est ad illud quod fit ex ductu extremi termini inextremū. Sexta medietas est quādo maior terminus est ad mediū sicut differentia minorꝫ ad differentiam maiorꝫ vt hic.1.4.6. Similiter hec medietas geometrice contraria est propter conuersionem proporcionis inter differentias maiorꝫ et minorꝫ terminorꝫ. Hee sunt .6.medietates quarꝫ.3.a pitagoricis vsqꝫ ad platonem aristotelēqꝫ manserūt post vero qui secuti sunt.3. alias de quibus iā diximus addiderūt. deinde sequens etas.4. alias medietates adduxit ad implēdum denariū numerꝫ. septima ergo proportionalitas est quando maximus terminus est ad minimū sicut differentia inter maximum et minimum ad differētiam inter mediuꝫ et minimū vt hic.6.8.9. Octaua ꝓporcionalitas est quādo maximus terminus est ad minimum sicut differentia inter maximum et minimum ad differētiam inter medium et maximum vt hic.6.7.9. Nona proporcionalitas est quādo sicut se habet medius terminus ad minorem: sic differentia duorꝫ extremorꝫ ad differētiā minorꝫ: vt hic.4.6.7. Decima proporcionalitas ē qn̄ medius terminus est ad minimum sicut differētia inter maximū et minimum ad differentiam inter maximum et medium vt hic .3.5.8.exempla oīm istarꝫ proporcionum patent in figura.

arithmethica	prima	.1.2.3.
geometrica	secunda	.1.2.4.
armonica	tercia	.3.4.6.
contraria armonice	quarta	.3.5.6.
contraria geometrice	quinta	.2.4.5.
contraria geometrice	sexta	.1.4.6.
prima aliarum	septima	.6.8.9.
secunda	octaua	.6.7.9.
tercia	nona	.4.6.7.
quarta	decima	.3.5.8.

On similiter possunt alie due cōbinationes significari in quarum prima maior terminus sit ad medium sicut differentia inter maximū et minimū ad differētiam inter medium et minimū sed ista proporcionalitas est impossibilis. Secunda fit quod maior sit ad medium sicut differentia inter maximū et minimū ad differētiam īter maximū et mediū vt hic.3.4.6. Unde et hic proportio etiam armonica in eisdem numeris resultabit.

et hec non variatur ab illa secundum rem: sed ista combinatio potest dici vna proprietas proporcionalitatis armonice predicte ¶ De istis autem duabus combinationibus non fecit Boecius mentionem. Possumus autem .4. numeros solidos signare vt .6.8.4.12. quorum aliqui ab aliquibus per equalia equaliter sunt producti vt.8. et aliqui ab aliquibus per inequala inequaliter vt.6.ex vno duob⁹ et trib⁹. Alij vo ab aliquibus per inequalia equaliter vt.9.ex semel tribus ter vel per equalia inequaliter vt.12. ex bis duobus ter. In quibus.4.numeris.3.proporcionalitates prime habentur et oms consonantie musicales. Ista ergo sufficiant pro sententia huius libri arithmetice.

¶ Explicit arithmethica speculatiua thome brauardini bñ reuisa et correcta a Petro sanchez Ciruelo aragonēsi mathematicas legente Parisius Impressa In campo gaillardo a Guidone mercatoris Anno dñice incar nationis.1495. In mense Februarij.





